

Pregledni članak  
UDK 1::001 \* 510.21

## FILOZOFIJA MATEMATIKE I PRIRODNIH ZNANOSTI U NASTAVI TEHNIČKIH I PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKIH FAKULTETA

Dževad Zečić

Mašinski fakultet, Zenica

Primljeno 10. prosinca 2004.

*Metafiziku, fiziku i matematiku Aristotel je, u odnosu na trodjelnu podjelu znanosti, svrstao u teorijske znanosti. Fizici i matematičari ne pripada »ono vječno, nepokretno i samostalno« pa time one ne mogu preuzeti ulogu prve filozofije. Znanost ne može izaći iz sebe same da bi mogla pronaći svoje uporište. Zbog toga znanost treba filozofiju. Dakle, može se govoriti o filozofiji matematike i filozofiji prirodnih znanosti. Tehnički i prirodoslovno-matematički fakulteti na različite načine izučavaju matematiku i prirodne znanosti i to u okviru samih tih znanosti. Mišljenje o tim znanostima zahtijeva odmak iz njih i kritičko promišljanje znanosti, odnosno kritičko promišljanje zasnovanosti znanosti. Time se pravi distinkcija između znanstvenog i filozofskog mišljenja. Ta su dva mišljenja komplementarna i zajedno omogućavaju cjelovito razumijevanje znanosti. Potpuno razumijevanje matematike i prirodnih znanosti traži i filozofsko promišljanje o tim znanostima. Zato je neophodno na institucijama gdje se izučavaju ove znanosti uvesti predmet Filozofija matematike i filozofija prirodnih znanosti, što bi omogućilo cjelovitu naobrazbu onih koji izučavaju te znanosti, a što ih određuje za stvaralačko znanstveno djelovanje.*

**Ključne riječi:** filozofija fizike, filozofija matematike, filozofija znanosti

### 1. Uvod

Moderne su se prirodne znanosti oblikovale kao bitno kvantitativno i eksperimentalno nastrojene znanosti čiji je stav potpuno nov naspram prirode i naspram čovjeka a koji je potpuno različit od stava antike ili srednjega vijeka. Filozofija znanosti, shvaćena u njezinom disciplinarnom smislu, već dulje vrijeme zaokuplja u svim aspektima područja suvremene filozofije. Prožimanje filozofije i znanosti u disciplinama, kao što su filo-

zofija matematike i logika, filozofija fizike i biologije, i sl., je prisutno u različitim vidovima promišljanja i diskusijama, što je aktualizirano posebno zadnjih desetljeća. Znanost ne može pitati o temeljima znanosti s aspekta same znanosti. Propitivanje samih temelja znanosti može biti pitanje od strane filozofije znanosti. Na tehničkim i prirodoslovno-matematičkim fakultetima izučavaju se egzaktne i prirodne znanosti i to s aspekta samih znanosti. Filozofsko je promišljanje znanosti komplementarno promišljanju znanosti s aspekta same znanosti, koji zajedno omogućavaju cjelovito znanje. Time je inicirana potreba uvođenja predmeta *Filozofija matematike i filozofija prirodnih znanosti* na tehničke i prirodoslovno-matematičke fakultete.

## 2. Matematika i izvjesnost

Po Aristotelu, spoznaja vječnog, nepokretnog i samostalnog ne pripada ni fizici ni matematici. Prema tome filozofije matematike i fizike ne mogu preuzeti ulogu prve filozofije kao spoznaje prvih uzroka i prapočela. Fizika to ne može biti zbog toga što se bavi pokretnim i nesamostalnim bićima koji su spojeni s tvari. S obzirom da su brojevi u krajnjem slučaju utemeljeni u prirodnome, matematika još manje nego fizika može preuzeti ulogu prve filozofije. Matematika promatra na bićima nešto što je nepokretno, ali kao predmet matematike nije samostalno. Zbog toga se samo čini da brojevi postoje samostalno bez tvari, odnosno bez brojanja i njihove fundiranosti u prirodi. Metafiziku, fiziku i matematiku Aristotel je, u odnosu na trodjelnu podjelu znanosti, svrstao u teorijske znanosti. Odatle postoji veza između filozofije i matematike s jedne strane, i filozofije i fizike sa druge strane. Put matematike prema filozofiji, odnosno problematiziranje osnova matematike što predstavlja filozofiju matematike, može se prikazati odgovorima na nekoliko osnovnih pitanja.

Prvo, kakvi su sudovi matematički sudovi, a zatim slijedi pitanje o deduciranim sustavima u matematici. Važno je pitanje u matematici je li matematičko znanje apriorno ili aposteriorno, odnosno je li to znanje zasnovano na iskustvu ili je dostižno prije iskustva. Znanosti kao što je fizika, koje se prvenstveno bave empirijskim znanjem, moraju počivati na promatranju kako bi ustvrdili svoj zaključak. Znanost kao što je logika, nasuprot tome, bavi se samo apriornim znanjem. Naime, logika traži apriorno znanje o pravilima koja određuju ispravnost argumentacije. Postavlja se pitanje je li matematika u ovom smislu slična fizici ili je slična logici? Time se nameće i drugo pitanje koje glasi: »Kako se stječe apriorno znanje?« Matematičko znanje je apriorno deduktivno rasuđivanje u ko-

jemu možemo *a priori* znati da zaključak mora biti istinit ako nije učinjena nikakva logička pogreška i ako su premise istinite. Razliku između analitičkog i sintetičkog znanja uveo je Imanuel Kant. Po Kantu jedan sud je analitički ako, i samo ako, ništa osim razmišljanja o pojmovima u sudu i o načinu na koji su oni povezani nije potrebno da bi neko mogao znati da je taj sud istinit. Jedan sud je sintetički ako, i samo ako, čisto razmišljanje o pojmovima u sudu i načinu njihove povezanosti nije dovoljno da omogući znanje o istinitosti suda; da bi se to znalo, potrebno je pozvati se na nešto drugo. Po Kantu je, ako postoji neko znanje koje je i *a priori*, dakle nije opravdano čulnim iskustvom, i sintetičko, dakle nije opravdano samo unutarnjim vezama između pojmova, to sintetičko apriorno znanje. Kant je mislio da matematika pruža najjasnije primjere takvog sintetičkog apriornog znanja.

Matematika je u području apstraktnog, kao svojega predmeta, utemeljena kao znanost. To se posebno odnosi na broj, kao predmet njezinog matematičkog izučavanja. Konstituirala se kao znanost o čistim formama/idejama i utemeljila se kao izvjesna spoznaja. S obzirom na svoju specifičnost ostala je kao paradigmatički primjer izvjesne spoznaje. Još od vremena Euklida, u njegovim *Elementima*, geometrija se prikazivala u obliku aksiomatiziranog/deduciranog sustava. Međutim, matematika brojeva nije tradicionalno bila organizirana u aksiomatiziranom obliku. Aritmetika, školska algebra i predmeti oblika diferencijalnog i integralnog računa (analiza) obično su se prikazivali kao mnoštvo pravila za računanje, a ne u obliku aksiomatiziranih sustava zakona. S obzirom na te činjenice, desilo se da je, dok se geometrija kroz srednjovjekovlje i rana moderna vremena prenosila u aksiomatiziranom obliku koji joj je dao Euklid, matematika broja prolazila kao skup relativno nepovezanih zakona i pravila računanja. Međutim, odlika matematike 20. stoljeća bila je mnogo češće korištenje aksiomatskog pristupa u matematičkim proučavanjima, izvan geometrije.

Primjer čini Hilbertova zamisao cjelokupne formalizacije matematike i Gödelov dokaz o neostvarivosti takve ideje. Von Neumann je Kurta Gödela (1906.–1978.) smatrao najvećim logičarem od pojave Aristotela<sup>1</sup>. Na početku njegovog rada najveći utjecaj je ostvarila Hilbert-Ackermannova monografija *Grundzüge der theoretischen logik* iz 1928. godine. U ovoj je monografiji postavljeno kao otvoreno pitanje je li određeni sustav aksioma predikatne logike prvog reda potpun. To znači omogućava li taj sustav izvođenje svih logičkih istinitih tvrdnji. Gödel je svoju istraživačku

<sup>1</sup> Z. Šikić, *Kako je stvarana novovjekovna matematika*, Školska knjiga, Zagreb, 1989, 163.

karijeru započeo rješavanjem tog otvorenog problema i taj rad je bio Gödelova doktorska teza. Razdoblje od 1929. do 1939. godine je vrijeme intenzivnog rada u matematičkoj logici koji rezultira njegovim glavnim doprinosom. Počeo je (finitnim sredstvima) raditi na provođenju Hilbertovog programa koji se odnosio na utvrđivanje konzistentnosti aksiomatskih sustava matematike. Hilbertov se program sastojao u konstruiranju čistog logičkog formalizma unutar kojeg bi se mogla iskazati cjelokupna građa matematike sa jasnim kriterijem valjanosti dokaza. Zatim bi trebalo definirati formalne teorije matematike i dokazati njihovu konzistentnost, utemeljenost i potpunost, što bi značilo formalizaciju cjelokupne matematike. Poznato je, da je teorija konzistentna ako unutar teorije nije moguće dokazati iskaz i negaciju tog iskaza. Formalna teorija je potpuna ukoliko je svaki iskaz, koji je istinit pod svakom interpretacijom, moguće dokazati unutar teorije. Ili jednostavnije rečeno, teorija je potpuna ukoliko je moguće dokazati sve teoreme te teorije. Gödel je pokazao da je svaki formalni sustav  $S$  u kojem je moguće razviti određeni elementarni dio aritmetike koji zadovoljava minimalne zahtjeve konzistentnosti nužno nepotpun. Ovo znači da se u tom formalnom sustavu može konstruirati tvrdnja  $G$  takva da ni  $G$  ni njezina negacija –  $G$  nisu dokazive u  $S$ . Drugim riječima, Gödel je pokazao da svaki, koliko god obuhvatni, konzistentni sustav sadrži istinitu tvrdnju koju sam ne može dokazati. Ovaj se rezultat obično naziva prvim Gödelovim teoremom o nepotpunosti. On je izvorno izumio preslikavanje koje aritmetizira formalne teorije i ta je tehnika nazvana godelizacija. Svakom simbolu, iskazu i nizu iskaza formalne teorije pridružen je jedinstven prirodan broj. Gödel će pokazati da sve ono što je moguće iskazati u elementarnoj teoriji brojeva (formalna teorija brojeva), može se preslikati na skup pozitivnih cijelih brojeva.

Različiti simboli imaju različite Gödelove brojeve i svaki Gödelov broj za simbol je neparan broj.

Zbog jedinstvenosti prim-faktorizacije prirodnih brojeva različiti iskazi imaju različite Gödelove brojeve. Isto tako, iskazi i simboli imaju različite Gödelove brojeve jer su jedni parni, a drugi neparni. Treba naglasiti da i simbol shvaćen kao iskaz ima različit Gödelov broj od samog broja simbola.

Na osnovu prim-faktorizacije slijedi da i različiti nizovi imaju različite Gödelove brojeve i da se Gödelovi brojevi niza iskaza razlikuju od Gödelovih brojeva simbola i iskaza. Kako su dokazi u formalnim teorijama konačni nizovi iskaza, to i svaki dokaz ima jedinstven Gödelov broj. Na ovaj način Gödel je simbolima, iskazima, nizu iskaza i posljednjem iskazu u nizu koji je teorem dodijelio točno jedan broj koji ima određena

numerička svojstva i svi brojevi su međusobno različiti, a zovu se Gödelovi brojevi odgovarajućeg entiteta. Na kraju je definirano numeričko svojstvo koje jedan broj mora imati da bi se zvao Gödelov broj formule koja nije teorem. Na taj je način izvršeno injektivno preslikavanje određenih entiteta na skup  $N$ . Drugim riječima, izvršena je aritmetizacija elementarnog skupa brojeva (formalna teorija brojeva). Ove definicije su konstruirane tako da tvrđenja o Gödelovim brojevima budu istinita samo u slučaju da su istinita metamatematička tvrđenja koja su s njima povezana. Dakle, tvrđenja o Gödelovim brojevima su sa svoje strane u korelaciji s formulama sustava. Sada se može promatrati formula koja je u korelaciji sa tvrđenjem da određeni prirodni broj ima ona numerička svojstva koja ga čine Gödelovim brojem jedne formule koja nije teorem. Pretpostavi se da je numeral u toj formuli onaj isti numeral koji odgovara Gödelovom broju same formule. Gödel je pokazao kako se može konstruirati takva formula. Ova posebna gedelovska formula izražava istinit iskaz o prirodnim brojevima samo u slučaju da je istinito metamatematičko tvrđenje s kojim je u korelaciji. To tvrđenje je tvrđenje da sama ta formula nije teorem. Na taj se način dobiva jedna formula koja nije teorem ako izražava neku istinu o prirodnim brojevima. Dakle tvrdnja  $G$  je konstruirana tako da je istinita i da izražava svoju vlastitu nedokazivost. Na taj način, Gödel je pokazao da je svaki formalni sustav  $S$  u kojem je moguće razviti određeni elementarni dio aritmetike i koji zadovoljava minimalne zahtjeve konzistentnosti nužno nepotpun. Ovo znači da u tom sustavu možemo konstruirati tvrdnju  $G$  takvu da ni  $G$  ni njezina negacija –  $\neg G$  nisu dokazive u  $S$ . Time je Gödel svojim prvim teoremom dokazao da je matematičku teoriju nemoguće potpuno formalizirati ako ona obuhvaća elementarnu matematiku. Svaka formalizacija takve matematičke teorije sadrži formalni iskaz koji u tom formalno-logičkom sustavu nije ni dokaziv ni oboriv, iako formalizira istinitu matematičku tvrdnju. Iz prvog teorema slijedi drugi, kojim je dokazano da konzistentnost takve formalizacije nije dokaziva u tom formalno-logičkom sustavu. Prema tome, Hilbertovim se programom ne može opravdati cjelokupna matematika, jer se ona prema Gödelovu teoremu ne može čitava formalizirati a što je trebao biti prvi korak Hilbertovog programa. Teoremi o nepotpunosti su objavljeni 1931. godine i učinili su Gödela, koji je tada imao 25 godina, vodećim misliocem u tom području. Prema tome, sustav može biti konzistentan uz uvjet da je nepotpun i može biti potpun uz uvjet da je nekonzistentan. Ovo znači da ni jedna konzistentna aksiomatizacija teorije prirodnih brojeva nikada ne može obuhvatiti kao teoreme sve istine o prirodnim brojevima. Na taj način, ovaj rezultat je opovrgao ideju da se matematička istina može izjednačiti sa izvodljivošću iz aksioma.

## 2. Matematika i filozofija matematike

Razumjevanje Gödelovih teorema inicirat će različita promišljanja o osnovama matematike koja će se naći u sferi filozofije matematike. Naime, Gödelovi teoremi omogućavaju, između ostaloga, razumjevanje Hilbertovog programa i većinu suvremenih filozofskih promišljanja osnova matematike. Matematičko mišljenje polazi od prešutnih pretpostavki. Misliti u skladu s tim pretpostavkama i u njihovom okviru znači misliti matematički, misliti u okviru u kojem se zbija sama matematika. U tom smislu matematika je izvjesna znanost. Može se misliti i o matematici a što znači istupiti iz okvira matematičkog mišljenja i kritički ga istražiti. Tada matematika traži put k filozofiji. Prema tome filozofija matematike jest filozofsko problematiziranje matematike. Filozofija matematike kritičkom analizom stava da su matematičke istine apsolutne i vječne može potvrditi ili opovrgnuti status matematike kao izvjesne spoznaje. Misliti matematički i moći istupiti iz tog okvira i misliti o matematici znači misliti cjelovito o matematici, filozofirati o matematici.

Filozofija matematike dovodi u pitanje sigurnost apstraktne matematike. Odgovori se pokušavaju dati u tri osnovna filozofska pravca u matematici: nominalizmu, konceptualizmu i realizmu. Sva tri shvaćanja postavljaju pitanje doslovne interpretacije brojeva u kojoj će njezini aksiomi biti istiniti. Nominalisti smatraju da brojevi nisu apstraktni entiteti i da se, ako postoji neki način da se interpretira teorija brojeva tako da bude istinita, to mora učiniti pozivanjem na konkretne objekte. Konceptualisti smatraju da postoje brojevi i da su apstraktni entiteti, ali da su to tvorevine duha. Realisti smatraju da brojevi kao apstraktni entiteti postoje u doslovnom smislu te riječi, neovisno o našem mišljenju.

Na tehničkim i prirodoslovno-matematičkim fakultetima matematika se izučava promišljanjem unutar same matematike, bez izlaženja iz okvira matematičkog mišljenja. Za cjelovito je znanje neophodno i drugačije promišljanje, promišljanje o matematici i tu matematika nalazi put k filozofiji. Taj je način promišljanja omogućen onima koji dovoljno poznaju matematiku i istovremeno dovoljno poznaju filozofiju, a mogu izaći iz okvira matematičkog mišljenja.

## 3. Znanje i prirodne znanosti

Fizika se bavi empirijskim znanjem i njezin put k filozofiji može se pokazati u njezinom povijesnom razvoju kroz osnovne postavke i principe. Kroz povijesni razvoj fizike, promjenama njenih osnova i principa,

dolazi se do graničnih situacija koje sama fizika ne može riješiti. Tada fizika traži vezu s filozofijom.

Fizika starog vijeka razumije prirodu kao *physis*, samoniklo nicanje i rast, pokretljivost u najširem smislu. Kretanje je način obraćanja mogućeg bića u zbiljsko, pa prema tome ponajprije nastajanje i nestajanje, pretvorba, povećanje i smanjivanje, a tek na kraju promjena mjesta. Taj je model potpuno orijentiran spram fenomena organskoga Žvota, dok je anorgansko marginalno.

Novovjekovna fizika okreće taj odnos. Model prirode nabacuje se kao mehaničko kretanje mrtve tvari u praznom prostoru i kao zatvoren sustav sila materije što se može unaprijed proračunati i matematički opisati. Strogost tog tipa znanosti postao je idealom spoznaje u nadi da će se principima klasične fizike moći razjasniti sva područja zbiljnosti, Žvota i duha. Svijest o sveopćoj povezanosti prirodnih pojava i jedinstvu materijalnog svijeta sama stavlja u pitanje analitičko-kauzalnu metodologiju, koja se svodi na izolaciju promatranog predmeta radi njegovog spoznavanja.

Sve više znanstvenika, koji se bave i teorijom, počinje uvidati da podaci dobiveni takvom metodom imaju sasvim ograničenu spoznajnu vrijednost, a to uviđanje postepeno izrasta u skepticizam prema svakoj informaciji koja teži apsolutnoj vrijednosti. Karakter znanosti XIX. stoljeća upravo se sastojao u uvjerenju da realne pojave imaju konačnu količinu izravnih uzročnika te da se mogu do kraja razjasniti upoznavanjem svakoga od njih. Filozofija je prva ukazala na neodrživost takvog shvaćanja stvari.

Međutim, u subatomarnim istraživanjima nije moguće iz samog događanja isključiti promatrača pa W. Heisenberg zaključuje da »klasična fizika ima svoju granicu baš na onom mjestu gdje se više ne može zanemariti utjecaj opažanja na događaje.<sup>2</sup> Time model prirode današnje fizike više nije objektivno zbivanje prirode po sebi neovisno o motrenju, budući da metoda eksperimentiranja uključuje u tijek zbivanja i motritelja, bez obzira je li to čovjek ili složeni aparat kojim se on služi da bi iskusio mikroskopsku materiju, nedostupnu našim osjetilima.

Tu leži granica primjene pojmova klasične fizike koji su primjerni samo zbivanju u makrosvijetu omeđenog mogućnostima naše osjetilne tjelesnosti.

»Promjene prirodnoznanstvenih temelja na koje nas je prisilila priroda u atomarnim pojavama ostavila je, doduše, klasičnu fiziku nedirnutom; ali ona je pokazala da prirodnoznanstveni sistem – kao npr. kla-

<sup>2</sup> W. Heisenberg, *Slika svijeta suvremene fizike*, Zagreb 1959., str. 40.

sična mehanika ili drugi dijelovi klasične fizike – moraju uvijek biti u sebi nezaključeni da bi bili ispravni.«<sup>3</sup>

Time, moderna fizika napušta osjetilno iskustvo i njezin jezik postaje još više racionalan i matematički. Veličine kojima ona radi beskonačno su velike i beskonačno male. Prostor, vrijeme i kretanje izmiču svakom osjetilnom zamjećivanju i zornim predodžbama. Predmet istraživanja posredovan je vrlo složenim i tehnički savršenim aparatima. Nešto se može iskusiti samo pomoću matematičke uobrazilje. Moderna znanost pristupa principjelno drugačijim pitanjima, drugačijima ne samo po tome što se odnose na minuciozna mikroskopska i submikroskopska zbivanja, nego i što šire zahvaćaju dijelove stvarnog svijeta, pa su zato nesvodljiva na zakone mehanicističko-kauzalnog tipa.

Znanost time napušta iluzije objektivnog motritelja i postaje svjesna sebe kao dijela međuigre čovjeka i prirode. Sagledano sa spoznajnog aspekta, moderna prirodna znanost svodi se ne na sliku prirode, nego na »sliku naših odnosa prema prirodi«<sup>4</sup>.

Prema tome, u prirodnoj znanosti, predmet istraživanja više nije priroda po sebi, nego priroda izložena ljudskom postavljanju pitanja, i utoliko čovjek susreće i ovdje sama sebe.

Time se središnji pojmovi klasične fizike ukidaju na taj način što se relativiraju na poseban način u novi pojmovni sustav moderne fizike. Einsteinova teorija relativnosti govori da vremensko trajanje i prostorne razdaljine u fizikalnom sustavu nisu apsolutne veličine. One su relativne spram referentnog sustava mjerenja. Time je srušena ideja apsolutne istodobnosti dvaju događaja. Jer, što je za jednog motritelja istodobno, za drugog, koji se spram prvog sustava kreće, bit će uzastopno. Pri tome se pretpostavlja da je brzina svjetlosti konačna, a ne beskonačno velika kao u klasičnoj mehanici i odatle proizlazi niz posljedica za pojmove mase i energije. Bit einsteinovskog relativizma čini jednostavan opći zaključak da prostor i vrijeme kao dimenzije kretanja nemaju nikakvog apsolutnog značenja, budući da i njihove mjere ovise o kretanju promatrača. Einsteinova teorija relativiteta u osnovi je poljuljala temelje newtonovske (klasične) fizike, tj. postulat o prostoru i vremenu kao apsolutnim kategorijama.

Svojim radovima Einstein je uvjerljivo pokazao da ne postoji univerzalno *sada*, nego samo *sada i ovdje* za svakog pojedinog promatrača. Prostor i vrijeme nisu odvojeni apsoluti, nego aspekti iste nedjeljive stvarnosti.

<sup>3</sup> Ibid. str. 58.

<sup>4</sup> Ibid. str. 20.



Razvoj atomske i kvantne fizike tijekom prvih desetljeća 20. st. bio je praćen stalnim uviđanjem istraživača da osobine i ponašanje subatomarnih čestica izmiču egzaktnoj deskripciji uzroka i posljedice.

Ove linije naučnih aktivnosti krajem dvadesetih godina rezultiraju još jednom krupnom teorijskom generalizacijom koja je imala snažan opći efekt na formiranje slike svijeta suvremene znanosti.

Planckovo otkriće kvanta energije dovelo je do uvida u diskontinuitet atomskih procesa, a daljnja istraživanja zračenja svjetlosti otkrila su njezinu dvostruku prirodu – da se javlja kao korpuskula i kao val.

Tim je pogođen najopćenitiji pojam prirodne znanosti: kauzalnost i pojam prirodnog zakona koji znače da se na temelju točnog poznavanja sadašnjosti nekog fizikalnog sustava s apsolutnom izvjesnošću može predodrediti njegova budućnost.

Kvantna teorija reducira tu vrstu determinizma prirodnog zbivanja na granični slučaj i umjesto mehaničkog pojma kauzalnosti uvodi pojam statističke zakonitosti. Prema toj se zakonitosti u nepotpuno poznatom sustavu samo djelomično može odrediti ponašanje elementarnih čestica. Time dolazi do novog pojma znanstvene istine koji dobiva svoje obrazloženje u tzv. kopenhagenskom tumačenju kvantne teorije što su dali W. Heisenberg i N. Bohr. U tom su tumačenju nerazdvojno povezani elementi znanstvene teorije i filozofije. Tu su tri središnja motiva koji igraju ulogu načela. Bohrov princip korespondencije između klasične i kvantne mehanike govori da zakoni mikrosvijeta nisu identični, nego su slični ili analogni zakonima makrosvijeta. Time klasična fizika tvori samo granični, idealiziran slučaj kvantne fizike. Tako je stvoren model atoma, u kojemu, analogno Sunčevu sustavu, oko jezgra kruže elektroni po kvantnim stazama i preskačući kvantnim skokom s više staze na nižu emitiraju energiju. Drugo Bohrovo načelo je princip komplementarnosti koji govori da su dvije fizičke veličine komplementarne ako se mjerenjem jedne skriva druga. Na primjer, valna su svojstva komplementarna korpuskularnima; ako mjerimo valnu dužinu, gubimo korpuskularni karakter. Te dvije slike međusobno proturječe, ali svaka za sebe upotrijebljena na pravom mjestu pokazuje se ispravnom, jedna drugu dopunjuju, one su komplementarne.

Heisenberg je otišao korak dalje i postavio svoju poznatu relaciju neoštine ili neodređenosti. Utvrdilo se da nije moguće istodobno navesti mjesto i brzinu neke atomske čestice. Može se veoma točno mjeriti mjesto, ali tim zahvatom instrumenta motrenja do stanovitog stupnja brišemo poznavanje brzine. Obratno, točnim mjerenjem brzine briše se poznavanje mjesta.

Bohrov princip komplementarnosti i princip neodređenosti otada čine jedinstvo kao zajedničko polazište moderne fizike. Otuda, također, nije ostvarljivo apsolutno pouzdano predviđanje budućeg stanja mikroskopskih sustava, budući da se posve preciznom procjenom ne mogu obuhvatiti svi pokazatelji njihovog sadašnjeg stanja.

Predviđanje, kao jedna od ključnih zadaća znanosti, na razini mikrokozmičkih kretanja mora sebi dozvoliti izvjesnu dozu nepouzdanosti, koja se manifestira i u statističkom načinu iskazivanja fizikalnih zakona.

Sve to, međutim, nipošto ne znači da su mikrokozmičke pojave potpuno neodređene, one se samo dešavaju unutar određenog raspona dopuštenih stanja, od kojih su neka manje vjerojatna, a neka više vjerojatna. Zakonitosti ovakvih zbivanja zato se moraju izricati u terminima računa vjerojatnosti i imaju esencijalno statistički karakter.

Heisenberg je svojim poimanjem neodređenosti bitno doprinio definitivnoj stabilizaciji ideje slučajnosti u središtu slike svijeta suvremenih prirodnih znanosti.

Bitno jedinstvo predmeta svih prirodnih znanosti dobiva svoj poseban izraz i u rastu interdisciplinarnih istraživanja te u rađanju mnogih graničnih disciplina među klasičnim prirodnim znanostima, disciplina s dobro poznatim hibridnim imenima (biofizika, fizikalna kemija, biokemija ...).

I time se, nasuprot izvjesnom naglašavanju partikularističkih tendencija u znanosti predhodnog stoljeća, manifestira pobjeda shvaćanja da znanost, zalazeći u uska i duboka područja posebnih istraživačkih problema, ne smije gubiti sa svojih vidika globalna pitanja spoznaje stvarnosti.

Uspješno nadvladavanje parcijalnog prilaska prirodnim pojavama može zahvaliti trima bitnim novostima u znanosti: nadvladavanju klasične fizike, razvitku molekularne biologije i nastanku kibernetike.

#### **4. Intuitivne i znanstvene istine –**

##### **W. Heisenberg i A. Selam**

Drugu veliku temu Heisenbergove fizike čini jedinstvena teorija polja koja je dobila svoj završni izraz u jednažbi materije ili formuli svijeta. Ispostavilo se da su kemijski atomi sastavljeni od samo tri elementarne čestice ili temeljna kamena – protona, neutrona i elektrona te da se u svim elementarnim procesima javljaju samo tri univerzalne prirodne konstante – brzina svjetlosti, Planckov kvant energije i jedna univerzalna veličina. Time su dobiveni potrebni elementi za matematičku formulaciju temeljnog zakona materije, za jednažbu ili formulu svijeta koja obuhva-

ća sve fizikalne fenomene kao jedinstveno zbivanje u jednom iskazu koje se temelji na ideji simetrije, praslike, koja je uzor cijelog kozmosa.

Ideja simetrije ujedinjuje dvije glavne prirodne znanosti u cjelini, a slično bi se moglo reći i za ostale prirodne znanosti.

Ustvari, ta najjednostavnija matematička struktura filozofska je ideja, čime se fizika i filozofija nalaze na starom zadatku, da kao cjelinu razumiju odnos čovjeka i prirode. »Matematička simetrija što igra tako središnju ulogu pri pravilnim tijelima platonske filozofije tvori i pravo jezgro one temeljne jednadžbe. Jednadžba je u osnovu samo matematički prikaz cijeloga niza simetrijskih svojstava, što zacijelo nisu tako zorna kao ona platonskih tijela. U današnjoj se fizici radi o simetričnim svojstvima što se na jednak način odnose na prostor i vrijeme, i koja svoj matematički izraz nalaze u grupnoteoretskoj strukturi temeljne jednadžbe.«<sup>5</sup>

Heisenbergov glavni sugovornik u filozofskom promišljanju je Platon i njegovo razjašnjenje materije u dijalogu *Timej*. U *Timeju* Platon opisuje kako božanski demiurg uređuje (kaotično) prastanje svijeta simetrijama, apsolutno u skladu s idejnim zakonima kozmičkog uređenja svijeta, u kojem sudjeluju fenomeni spoznatljivog svijeta. Heisenberg, koji je već u školi na nastavi grčkog proučavao tekst *Timeja*, iznova pronalazi ovu Platonovu odrednicu u modernoj fizici.

Motiviran Platonovom filozofijom, Heisenberg interpretira kvantnu teoriju na sljedeći način: prapočelo svijeta nisu najmanje čestice (elementarne čestice), ni energija, ni forme iskustvene stvarnosti, nego ontološki shvaćena simetrija, simetrija kao pravi vid prirode, simetrija kao božanski princip uređenja svijeta. Pozadina Heisenbergove stvarne formulacije svijeta jest: »Na početku bijaše simetrija«.

Platon nam npr. u *Phaidonu* i *Menonu* predočava učenje o ponovljenom sjećanju duše, koja se sjeća ideja, koje je vidjela prije zemaljskog tu-bitka. Platon kaže: »Budući da je sve u prirodi međusobno srodno, a duša svime vlada, nema zapreke da onaj koji se sjeti jednog jedinog, što se kod ljudi zove učenje, sve ostalo iznađe sam, ukoliko je hrabar i ukoliko se ne umori pri traženju. Traženje i učenje je shodno tomu sasvim i po svemu sjećanje« (*Menon* 81c9–d6).

Heisenberg to formulira na ovaj način : »Iste su sile određenja, koje su oblikovale prirodu u svim njenim obličjima i koje su odgovorne za strukture naše duše, dakle i za naš potencijal mišljenja«. Heisenberg je apriornost spoznaje, danas objašnjivu interdisciplinarnošću znanosti, proširio interpretacijom u smislu Platonovog učenja o ponovljenom sjećanju

<sup>5</sup> W. Heisenberg, *Fizika i metafizika*, Beograd, 1972, str. 42.

duše, koja se sjeća ideja božanskog poretka svijeta koji je vidjela prije rađanja. Ova apriornost spoznaje je ono svima zajedničko, ono invarijabilno, to je simetrija.

Time je, u Heisenbergovom platonskom shvaćanju svijeta u velikoj mjeri naznačen moderni pandan antičke nepodijeljene racionalnosti. U ovom slučaju Platonova filozofija nije problematizirana u odnosu na opravdanost kao fundament samog svjetonazora, nego je na temelju empirijskih argumenata i na pozadini karaktera objašnjenja filozofsko-znanstvenih iskaza 20. stoljeća pronađen sugovornik u filozofskom promišljanju u kojem se pronalaze neke odrednice moderne fizike.

Abdus Selam, pakistanski fizičar, dobitnik je Nobelove nagrade 1979. godine i poznat je po svojem doprinosu u razumijevanju međusobnog djelovanja elementarnih čestica. Ostajući čvrsto oslonjen na vlastite duhovne temelje, on je uspio plodotvorno preuzimati moderne znanstvene spoznaje u svijetlu vlastitog intelektualnog naslijeđa, gdje se sufizam pokazuje jednim od oblika u kojem je moguća takva komunikacija. On, otkrivanjem duhovnih iskustava sufija iz prošlosti, nalazi i spoznaje začuđujuće podudarnosti sa spoznajama u subatomarnom svijetu i uspijeva potvrditi hipotezu o elektromagnetnim i slabim utjecajima između atomskih čestica.

U slavnoj mističnoj perzijskoj pjesmi *Simbol zrcala*, autora *Mahmuda Šabestaria* (umro 1320. godine u Iranu), nalazimo nevjerojatno poklapanje Šabestarijeve misli – pjesničke intuicije s nekim aktualnim znanstvenim teorijama strukture Svemira i subatomarnog svijeta.

*Znaj da je cijeli svijet zrcalo,  
U svakom atomu nalazi se stotinu gorućih Sunca.  
Zaparaš li srce jednom jedinom kapi vode,  
Iz njega izbija stotinu čistih oceana.  
Ispitaš li svako zrno prašine,  
Tisuće Adama možeš otkriti ...  
Svemir je cijeli skriven u zrnu prosa;  
Sve je skupljeno u točki sadašnjosti ...  
Iz svake točke tog kruga,  
Izvučeno je tisuću oblika.  
Svaka točka, u svojoj vrtnji u krugu  
Čas je krug, a čas obodnica što se vrti.*

(Antologija sufijskih tekstova, *Eva de Vitray Meyarovitch*, Naprijed, Zagreb, 1988., str. 278)

Time temeljni prirodnoznanstveni pojmovi tvore ishodište znanstvenog mišljenja i istraživanja, dakle razumijevanja prirode u znanosti i nastali su u stalnom filozofskom razgovoru sadašnjosti i prošlosti, čime filozofija i fizika kao cjelina razumiju odnos čovjeka i prirode. Na taj način fizika i filozofija postaju komplementarne.

#### 4. Zaključna razmatranja

Znanost je u krizi, u odnosu na svoje metafizičke temelje, ako se nađe suočena s jednostranošću i jednostrukošću. Njome se ne može dohvatiti istina kao cjelina. U tom slučaju je vid istine iscrpljen i traži svoju preobrazbu i obnovu. Time se priroda čovjeku i njegovu tehničkom zahvatu objavljuje, a isto se tako susteže i prikriva. Prirodna znanost, shvaćanjem dvostruke biti prirode, prestaje biti samo prirodna znanost. Rješavanje graničnih problema fizike može se tražiti u duhovnoj znanosti što nadolazi iz budućnosti. Odatle potreba uvođenja predmeta *Filozofija matematike i filozofija prirodnih znanosti* na sve fakultete gdje se izučavaju matematika i prirodne znanosti. Takvo je obrazovanje put do rješavanja graničnih problema znanosti, put do uspostavljanja veze između filozofije i znanosti i put cjelovitog razumjevanja istine. Time će znanost, u cjelovitom sagledavanju, prestati biti jednostrana i jednostruka i biti spremna za dohvaćanje istine kao cjeline. Iz tih razloga, u suvremenom obrazovnom sustavu, neophodan je ovakav pristup koji bi bio omogućen uvođenjem predmeta *Filozofija matematike i filozofija prirodnih znanosti* na onim fakultetima gdje se izučavaju te znanosti. Na Univerzitetu u Sarajevu već je uveden taj predmet koji se predaje na Elektrotehničkom i Prirodno-matematičkom fakultetu. Problem s kojim se susreću profesori koji predaju *Filozofiju matematike i prirodnih znanosti* na tim fakultetima jest taj što je predmet uveden za prve godine studija. Dakle, za studente koji još nisu dovoljno izučili ni matematiku, niti prirodne znanosti. Drugo, postavlja se pitanje tko može predavati taj premet? Filozofi ili matematičari i prirodnjaci? Ili pak matematičari i prirodnjaci koji dovoljno poznaju filozofiju? Vjerojatno filozofi koji dovoljno poznaju matematiku i prirodne znanosti ili pak matematičari i prirodnjaci koji poznaju dovoljno filozofiju.

## THE PHILOSOPHY OF MATHEMATICS AND NATURAL SCIENCES AT EDUCATION OF TECHNICAL FACULTIES AND FACULTIES OF NATURAL SCIENCES AND MATHEMATICS

DŽevad Zečić

*Regarding three-part classification of science, Aristotel put metaphysics, physics and mathematics in theoretical sciences. »The eternal, unmoveable and independent« does not belong to physics and mathematics, so by that they can't take role of first philosophy. Science can't go out from itself trying to find its base. Because of that science needs philosophy. So we can talk about a philosophy of mathematics and philosophy of natural sciences. Technical faculties and natural sciences and mathematics faculties are teaching mathematics and natural sciences in different ways, staying in frames of those sciences. The opinion about those sciences demands making from themselves, and critical thinking about science, that is about founding of science. It is made distinction by that between scientific and philosophical opinion. Those opinions are complementary and together make possible complete understanding of science. Complete understanding of mathematics and natural sciences needs philosophical thinking too. That is the reason why it is necessary to have a subject Philosophy of mathematics and natural sciences in faculties of mathematics and natural sciences. This would enable complete education for those who are learning mathematics and natural sciences, which determines their creative scientific work.*

**Key words:** philosophy of mathematics, philosophy of science